

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Kingi Marii Wójcickiej pt.

„Reprezentacja pomiarów w zbiorach rozmytych”,

wykonanej na Wydziale Fizyki Politechniki Warszawskiej

pod kierunkiem dr hab. Michała Urbańskiego, prof. PW

Ogólna charakterystyka

Mgr inż. Kinga Wójcicka jest doktorantką w Zakładzie Badań Strukturalnych na Wydziale Fizyki Politechniki Warszawskiej. Promotorem jej rozprawy doktorskiej jest dr hab. Michał Urbański, prof. PW. Główne zainteresowania badawcze Pani mgr inż. Wójcickiej dotyczą aspektów matematycznych i fizycznych podstaw teorii pomiarów, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowania teorii zbiorów rozmytych do opisu i analizy niepewności pomiarowych. Autorka w przedłożonej rozprawie doktorskiej w sposób systematyczny przedstawia zagadnienia związane z reprezentacją pomiarów, budując spójny tekst stanowiący połączenie teorii reprezentacji pomiarów z modelami rozmytymi, rozwijając tym samym koncepcje zapoczątkowane przez jej promotora, prof. Michała Urbańskiego.

Praca ma charakter teoretyczny z elementami zastosowań, łącząc zaawansowane narzędzia matematyczne z praktycznymi problemami zagadnień fizycznych. Rozprawa została napisana w oparciu o wyniki opublikowane w czasopismach o zasięgu międzynarodowym ([6, 49–53]), których Pani mgr Wójcicka jest współautorką.

Tematyka pracy jest aktualna i ważna z punktu widzenia współczesnej nauki, gdyż problematyka niepewności pomiarowych jest kluczowym zagadnieniem w kontekście postępującej precyzji pomiarowej we wszystkich dziedzinach nauki. Autorka podejmuje zatem ambitne zadanie rozwijania tej stosunkowo młodej metodologii poprzez tworzenie nowych spójnych podstaw teoretycznych.

Rozprawa składa się z sześciu rozdziałów, wstępu, streszczeń w języku polskim i angielskim, wykazu oznaczeń oraz bibliografii (59 pozycji). Język rozprawy jest precyzyjny pod względem naukowym a zatem odpowiedni dla pracy z dziedziny nauk fizycznych.



Cel rozprawy

Celem rozprawy jest opracowanie matematycznych podstaw reprezentacji wyników pomiarów nieidealnych (obarczonych błędem pomiarowym) wielkości ekstensywnych w modelu zbiorów rozmytych, uwzględniając zarówno błędy systematyczne jak i niesystematyczne. Autorka koncentruje się na uzupełnieniu istniejących zagadnień teorii pomiarów, wprowadzając nowe twierdzenia i dowody matematyczne oraz precyzyjne definicje dotyczące niepewności pomiarowych.

Opracowany model matematyczny pomiarów nieidealnych, obarczonych błędami pomiarowymi, dotyczy wielkości ekstensywnych (addytywnych) mierzonych bezpośrednio poprzez porównanie ze wzorcem.

Cele szczegółowe rozprawy obejmują:

1. **Opracowanie podstaw matematycznych zastosowania zbiorów rozmytych do analizy niepewności.**

Autorka dąży do ugruntowania roli zbiorów rozmytych w modelowaniu niepewności pomiarowych poprzez analizę metod przekształcania rozkładów prawdopodobieństwa na funkcje przynależności zbiorów rozmytych.

2. **Uzupełnienie brakujących dowodów matematycznych w teorii pomiaru w modelu zbiorów rozmytych.**

W pracy przedstawiono nowe dowody matematyczne oraz precyzyjne definicje, które mają na celu wypełnienie luk teoretycznych w dotychczasowych rozważaniach dotyczących pomiarów.

3. **Zbadanie i opisanie wybranych własności porządku.** Kluczowym elementem pracy jest analiza struktury porządku, reprezentującego strukturę empiryczną, wprowadzająca narzędzia takie jak homomorfizm oraz normy trójkątne (t -normy) do porównywania obiektów na poziomie zbiorów rozmytych.

4. **Porównanie własności porządku rozmytego z porządkiem probabilistycznym w kontekście teorii pomiaru.**

Autorka dokonuje porównania zarówno teoretycznego jak i praktycznego między modelem rozmytym a klasycznymi metodami probabilistycznymi, wykazując efektywność zastosowania α -przekrojów i t -norm w modelowaniu niepewności.

W pracy traktuje się pomiar jako odwzorowanie ze struktury empirycznej w strukturę matematyczną reprezentującą mierzone wartości, gdzie szczególną uwagę poświęcono porównaniu dwóch obiektów za pomocą tzw. α -przekrojów. Kluczowym osiągnięciem rozprawy stało się wykazanie, że zastosowanie α -przekrojów oraz t -norm pozwala na efektywne modelowanie niepewności, stanowiąc alternatywę dla klasycznych metod probabilistycznych. Sformułowanie i udowodnienie twierdzeń dotyczących struktury α -przekrojów sum zbiorów rozmytych typu L-R (opisanych w rozdziale 4) oraz własności porządków indukowanych przez t -normy (omówionych w rozdziale 5) ma fundamentalne znaczenie dla teorii pomiaru, umożliwiając precyzyjne porównywanie obiektów empirycznych na poziomie struktury rozmytej, oferując tym samym alternatywne podejście w analizie błędów pomiarowych.

Merytoryczna zawartość rozprawy

Rozprawa stanowi kompleksowe opracowanie zagadnień związanych z teorią pomiaru, błędów oraz niepewności pomiarowych. Autorka łączy tradycyjne metody probabilistyczne z podejściem opartym na zbiorach rozmytych. Praca rozpoczyna się od przedstawienia historycznego i teoretycznego kontekstu zagadnienia – od klasycznych prac Legendre'a, Gaussa i Laplace'a przez przełomowe odkrycia XVIII i XIX wieku, aż po współczesne modele teorii zbiorów rozmytych. Szczególny nacisk położono na rolę transformacji prawdopodobieństwo–możliwość, która umożliwia integrację metod statystycznych z podejściami eksperckimi co otwiera nowe perspektywy w modelowaniu niepewności. W rozdziale pierwszym autorka prezentuje podstawowe pojęcia z zakresu teorii zbiorów rozmytych oraz norm trójkątnych a także dokonuje przeglądu literatury, uwzględniając znaczące prace takie jak artykuły Maurisa, Lasserrea i Foulloya (2001) oraz badania Urbańskiego i Wąsowskiego (2003), które odegrały ważną rolę w formowaniu pojęcia pomiarów rozmytych.

Rozdział drugi poświęcony jest teorii reprezentacji pomiarów, w której pomiar definiowany jest jako homomorfizm struktury empirycznej (opisanej m.in. przez operacje składania obiektów i porównania ich wielkości) w strukturę matematyczną. Autorka analizuje różne przypadki reprezentacji – od pomiaru idealnego reprezentowanego przez liczby rzeczywiste, przez pomiary z błędami systematycznymi reprezentowane przez przedziały, po struktury probabilistyczne oraz rozmyte. Przedstawia również klasyczne skale pomiarowe: nominalną, porządkową, interwałową i ilorazową, wskazując ich ograniczenia, które występują zwłaszcza w kontekście nauk społecznych.

Integralnym punktem rozprawy jest rozdział trzeci, w którym autorka dokonuje porównania podejścia probabilistycznego i rozmytego do modelowania niepewności pomiarowych. Wprowadzono pojęcia zmiennej losowej i zmiennej rozmytej oraz omówiono mechanizmy składania składowych niepewności, m.in. przy wykorzystaniu metody transformacji rozkładu prawdopodobieństwa na rozkład zmiennej rozmytej. Na podstawie układu fizycznego tj. przykładu pomiaru zmiennego pola magnetycznego realizowanego jako układ z solenoidem, cewką i wzmacniaczem operacyjnym, dowiedziono różnice pomiędzy modelem probabilistycznym a rozmytym – pokazano, że względna niepewność wynosi odpowiednio $u(B)/B = 41 \cdot 10^{-3}$ oraz $\Delta B/B = 30 \cdot 10^{-3}$. Ponadto w rozdziale tym zaprezentowano algorytm wyznaczania funkcji przynależności na podstawie danych empirycznych.

W rozdziale czwartym autorka przedstawia rozważania dotyczące α -przekrojów sumy zbiorów rozmytych typu L-R, wykazując, że mogą one być wyrażone formułami analitycznymi. Umożliwia to uproszczenie złożonych niepewności pomiarowych, zwłaszcza tych związanych z błędami niesystematycznymi. Autorka proponuje także uogólnienie, polegające na zastąpieniu tradycyjnej sumy przez dowolną binarną funkcję rosnącą względem obu argumentów.

Rozdział piąty stanowi zdefiniowanie porządku rozmytego na zbiorach rozmytych, indukowanego przez arytmetykę opartą na t-normie. Porządek ten, określany odpowiednią relacją został dokładnie przeanalizowany przez autorkę, która wykazała jego fundamentalne własności. Zaproponowany warunek (5.1) porządku na zbiorach rozmytych jest uogólnieniem porządku przedziałowego i pozwala na opis pomiarów zawierających błąd przypadkowy.

W ostatnim rozdziale autorka syntetyzuje uzyskane wyniki, przedstawia wnioski oraz nakreśla kierunki dalszych badań. Podkreśla, że podejście oparte na zbiorach rozmytych zasługuje na miano alternatywy wobec klasycznych metod probabilistycznych. Główna teza rozprawy zakłada m.in., że: niepewność w modelu zbiorów rozmytych, reprezentująca błędy pomiarowe, może być skuteczniej opisana przy użyciu miary maksymalnej; reprezentacja w zbiorach rozmytych zdefiniowana jest przez własności porządku. Rozdział kończy dobrze sprecyzowana lista możliwości rozbudowy przedstawionych w pracy zagadnień.

Uwagi

Pod względem edytorskim praca napisana jest poprawnie choć zawiera kilka sporo niedociągnięć i przeoczeń m.in.: w rozdziale 4 pojawia się niekompletny fragment "TU PODAĆ WYNIK I ZACYTOWAĆ PRACĘ TURKA" (s. 66); w rozdziale 5 pojawia się zdanie „From a statistical point of view, an appropriate test of the hypothesis should be built” (s.82). Czy ono tam powinno być?

W pracy brakuje odnośników do literatury znanych pojęć (np. Def. 1.2, 1.9 i wiele innych) jak i podstawowych lematów (np. Lemat 5.1, który notabene został udowodniony, co mogłoby sugerować, że jest Autorki).

Wzór normy trójkątnej skrajnej (w pracy nazywanej drastyczną) z rozdziału 1 (str. 14) jest zdublowany (ale nie wykorzystywany jednocześnie) w rozdziale 5 (str. 77) zamiast zastosowania numeracji wzorów i odwołania do nich.

W mojej opinii również przyjęty sposób dowodzenia głównych twierdzeń jest mało efektywny i mylący, a mianowicie w dowodzie np. Twierdzenia 4.4.1 poprzedzonego jednym lematem umieszczono kolejne 2 lematy i ich dowody i cały dowód stał się nieczytelny. Podobny zabieg występuje w podrozdziale 5.1 dla Twierdzenia 5.2.

Praktyczne podejście to takie aby wszystkie lematy pomocnicze zapisać i udowodnić przed głównym twierdzeniem, a w jego dowodzie poprawnie do tych lematów się odwoływać.

W treści pracy pojawiają się również niepoprawnie odmienione słowa, brak przecinków, ogonków, czeskie błędy czy zdania niezakończone kropką.

Pojęcie „Archimedejski” (z ang. Archimedean) ze stron 74 -75 nie występuje w polskiej literaturze (w zamian używany jest „warunek Archimedesa”).

Kilka innych uwag krytycznych:

1) W pracy brakuje pogłębionego porównania z innymi alternatywnymi podejściami do modelowania niepewności takimi jak np. teoria Dempstera-Shafera (TDS). TDS stanowi uogólnienie klasycznej teorii prawdopodobieństwa, które pozwala na modelowanie niepewności w sytuacjach, gdy dostępna informacja jest niekompletna lub niejednoznaczna. W przeciwieństwie do klasycznego podejścia probabilistycznego, TDS umożliwia wyrażenie stopnia niewiedzy oraz rozróżnienie między niepewnością a nieoznaczonością. Takie porównanie mogłoby lepiej umiejscowić przedstawioną w rozprawie teorię w szerszym kontekście badań nad niepewnością pomiarową.

2) Brakuje krytycznej analizy ograniczeń proponowanego podejścia w kontekście pomiarów wysokiej precyzji.

3) Autorka przyznaje, że przy analizie niepewności pola magnetycznego wykorzystuje "rozwiązanie tymczasowe" w przypadku dopasowania krzywej do danych doświadczalnych



pisząc: "Stosowanie metody najmniejszych kwadratów do modelu rozmytego jest niekonsekwencją bowiem ta metoda minimalizuje metrykę opartą o odchylenie standardowe" (s. 53).

4) Autorka nie rozwiązuje w pełni problemu wyboru odpowiedniej t-normy dla konkretnych zastosowań.

5) W pracy nie zostały w pełni rozważone kwestie dotyczące matematycznej spójności między podejściem probabilistycznym a teorią zbiorów rozmytych. Autorka wskazuje, że "nie ma jeszcze odpowiedniej teorii" dotyczącej traktowania zmiennych rozmytych w niektórych kontekstach (s. 53).

6) Przykład pomiaru pola magnetycznego, choć ciekawy, nie jest reprezentatywny dla szerokiego spektrum zastosowań. Jak sama autorka przyznaje: "W tym przykładzie nie chodzi o możliwie wysoką dokładność ale o pokazanie sposobu obliczenia niepewności" (s. 45).

Podsumowanie i rekomendacja

Mimo powyższych uwag krytycznych rozprawa mgr inż. Kingi Wójcickiej jest oryginalna i stanowi istotny wkład w rozwój matematycznych i fizycznych podstaw teorii pomiaru. Treść rozprawy wyróżnia dość wysoki poziom merytoryczny, spójność koncepcji oraz oryginalny wkład teoretyczny i aplikacyjny.

Niewielkim mankamentem jest ograniczenie przykładów praktycznych tj. rozszerzenie analiz na inne dziedziny co jeszcze bardziej wzmocniłoby uniwersalność wyników oraz interdyscyplinarny charakter rozprawy.

Podsumowując, oryginalne wyniki, publikacje w uznanych czasopismach oraz aktualność tematu przedstawionej do recenzji rozprawy, potwierdzają odpowiednie przygotowanie Pani Kingi Wójcickiej do pracy naukowej. Dlatego stwierdzam, że przedmiotowa rozprawa spełnia wymagania i warunki określone w art. 187 Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz.U. z 2022 r. poz. 574 z późn. zm.).

Rekomenduję więc z wielką przyjemnością dopuszczenie mgr inż. Kingę Marię Wójcicką do dalszych etapów postępowania o nadanie stopnia doktora.



Rafał Rak